

6 弯扭组合变形的主应力测定实验

一、实验目的

- 1、用电测法测定平面应力状态下主应力的方向，并与理论值进行比较。
- 2、测定空心圆筒在弯扭组合变形作用下的弯曲正应力和扭转切应力。
- 3、掌握电阻应变花的使用方法。

二、实验仪器及设备

- 1、材料力学多功能实验台
- 2、静态电阻应变仪
- 3、钢直尺、游标卡尺

三、实验原理及方法

(一) 主应力大小和方向的测定

如图 2-33 所示，空心圆筒受弯扭组合作用，使圆筒发生组合变形，在圆筒 ABA_1B_1 截面边缘取上、下两点 B 、 B_1 和前、后两点 A 、 A_1 ，各点均为平面应力状态，相应的应力单元体如图 2-34 所示。 A 、 A_1 点为纯剪切应力状态；在 B 、 B_1 点单元体上作用有由弯矩引起的正应力 σ 和由扭矩引起的切应力 τ ，单元体上的正应力 σ 和切应力 τ 可按下式计算：

$$\sigma = \frac{M}{W_z} \quad (2-)$$

$$\tau = \frac{T}{W_t} \quad (2-)$$

式中： M 为该横截面的弯矩， $M = F \cdot l$

T 为该横截面的扭矩， $T = F \cdot a$

$$W_z \text{ 为抗弯截面系数，对空心圆筒：} W_z = \frac{\pi D^3}{32} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]$$

$$W_t \text{ 为抗扭截面系数，对空心圆筒：} W_t = \frac{\pi D^3}{16} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]$$

由二向应力状态分析可得到 B 点和 B_1 点的主应力及主方向：

$$\begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2} \right)^2 + \tau^2} \quad (2-)$$

$$\tan 2\alpha_0 = -\frac{2\tau}{\sigma} \quad (2-)$$

可见，主应力是一对拉应力 σ_1 和一对压应力 σ_3 。

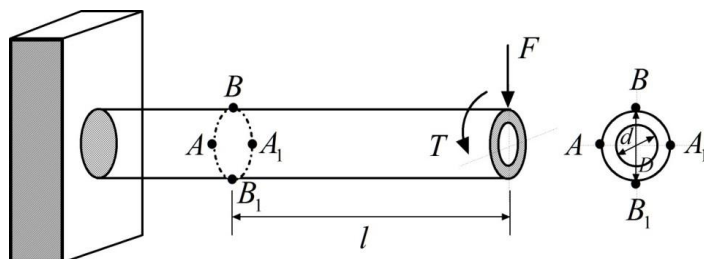


图 2-33 壁圆筒受力分析

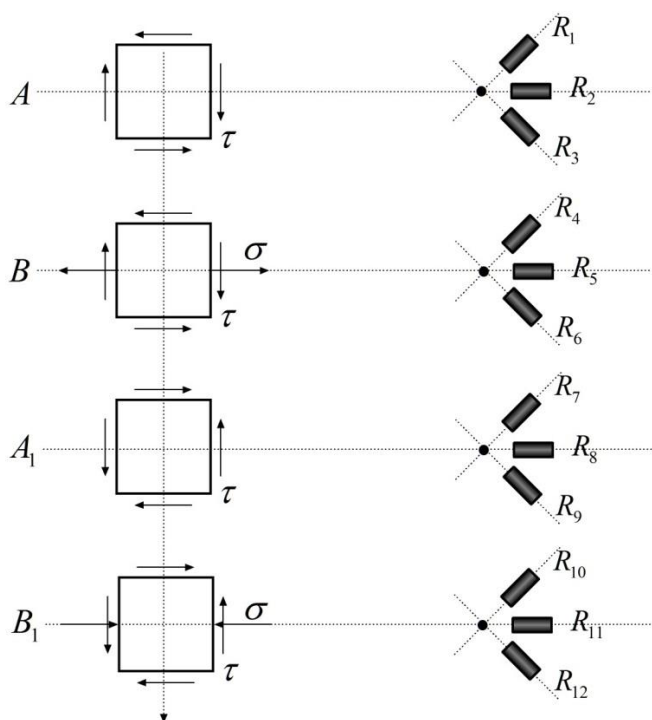


图 2-34 各点应力状态及应变花粘贴位置

本实验装置采用 45° 电阻应变花，在 A、B、A₁、B₁ 点各贴一组应变花（如图 2-34 所示），应变花上三个应变片之间的夹角分别为 -45° 、 $+45^\circ$ 、 0° ，该点主应变和主方向

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} = \frac{\varepsilon_{45^\circ} + \varepsilon_{-45^\circ}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_{0^\circ})^2 + (\varepsilon_{-45^\circ} - \varepsilon_{0^\circ})^2} \quad (2-)$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{\varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_{-45^\circ}}{2\varepsilon_{0^\circ} - \varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_{-45^\circ}} \quad (2-)$$

主应力和主方向

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{E(\varepsilon_{45^\circ} + \varepsilon_{-45^\circ})}{2(1-\mu)} \pm \frac{\sqrt{2}E}{2(1+\mu)} \sqrt{(\varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_{0^\circ})^2 + (\varepsilon_{-45^\circ} - \varepsilon_{0^\circ})^2} \quad (2-)$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{\varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_{-45^\circ}}{2\varepsilon_{0^\circ} - \varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_{-45^\circ}} \quad (2-)$$

(二) 弯曲正应力的测定

空心圆筒虽为弯扭组合变形，但 B 和 B₁ 两点沿 x 方向只有因弯曲引起的拉伸和压缩应变，且两应变等值异号，因此将 B 和 B₁ 两点应变片 R₅ 和 R₁₁，采用半桥双臂桥路连接方式测量，即可得到 B、B₁ 两点所在截面由弯矩引起的轴向应变 ε_M

$$\varepsilon_M = \frac{\varepsilon_d}{2} \quad (2-)$$

则该截面的弯曲正应力实验值为：

$$\sigma = E\varepsilon_M = \frac{E\varepsilon_d}{2} \quad (2-)$$

(三) 扭转切应力的测定

当空心圆筒受弯扭组合变形时，A 和 A₁ 两点位于中性层上，其弯曲正应力为零，仅存在扭转切应力。取 A 和 A₁ 两点 45°方向和-45°方向的应变片，即 R₁、R₃、R₇、R₉ 四个应变片采用全桥组桥方式进行测量，可得到 A 和 A₁ 两点由扭转引起的扭转应变 ε_T

$$\varepsilon_T = \frac{\varepsilon_d}{4}$$

因此 A 和 A₁ 两点所在截面的扭转切应力实验值为：

$$\tau = \frac{E\varepsilon_T}{(1+\mu)} = \frac{E\varepsilon_d}{4(1+\mu)}$$

四、实验步骤

(一) 实验步骤

- 1、测量试件尺寸、加力臂长度和测点距力臂的距离，确定试件有关参数。
- 2、拟订加载方案，确定好测量桥路。
- 3、实验桥路连接，将空心圆筒上的应变片按不同测试要求接到静态电阻应变仪上（接线方案如图 2-35 所示），组成不同的测量电桥。主应力大小、方向测定时将 B 和 B₁ 点的三个应变片按半桥单臂、公共温度补偿法组成测量线路进行测量。

4、实验加载。均匀缓慢加载至初载荷 F_0 （本实验中取为 50N），将电阻应变仪应变读数清零（或记录电阻应变仪各点的应变读数），然后加载，每增加 100N，记录一次应变数值，直至加载至 450N，记录测点应变读数。

5、重新接线及加载，测量弯曲正应力，接线方案如图 2-36。

6、重新接线及加载，测量扭转切应力，接线方案如图 2-37。

7、实验完成后，卸掉载荷，关闭仪器电源，整理好所用仪器设备，清理实验现场，将所用仪器设备复原，实验数据交指导教师检查签字。

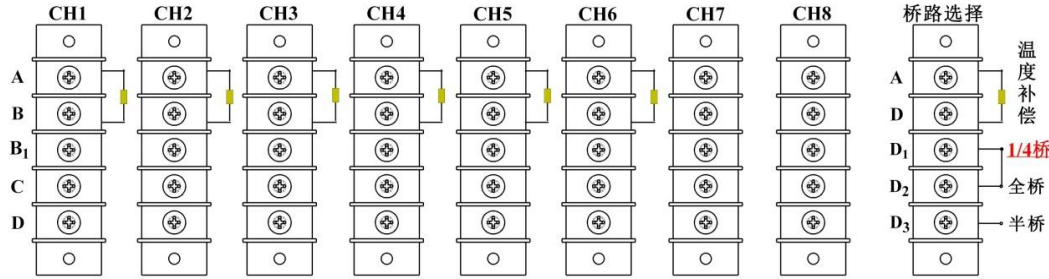


图 2-35 测主应力大小及方向接线方案

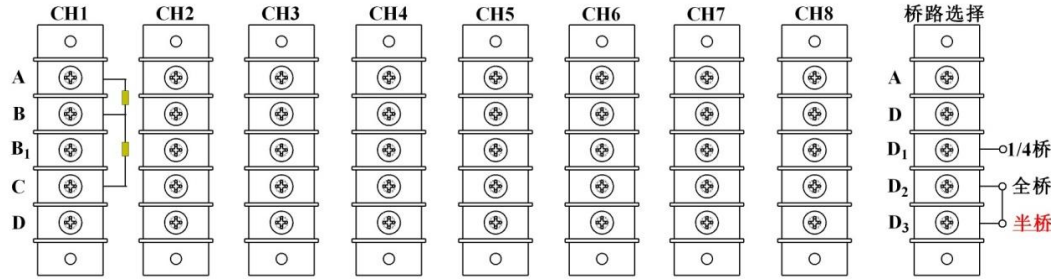


图 2-36 弯曲正应力测定接线方案

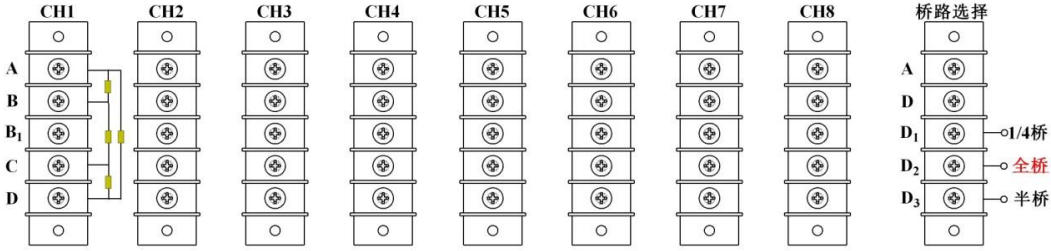


图 2-37 扭转切应力测定接线方案

（二）注意事项

- 1、切勿超载，所加载荷最大不得超过 500N，否则将损坏试件。
- 2、测试过程中，不要震动仪器、设备和导线，否则将影响测试结果，造成较大的误差。
- 3、注意爱护好贴在试件上的应变花，不要破坏其防潮层，造成应变花损坏。
- 4、实验结束后，一定要先将载荷卸掉，并将应变花导线从电阻应变仪上拆下。

5、确认载荷完全卸掉后，关闭仪器电源，整理实验台面。

五、实验数据记录

1、测主应力大小及方向实验数据记录及计算

表 2-9 原始参数记录表

圆筒的尺寸和有关参数			
计算长度 l		扇臂长度 a	
外 径 D		弹性模量 E	
内 径 d		泊 松 比 μ	

表 2-10 实验数据记录表

载荷（N）		A（A ₁ ）						B（B ₁ ）					
		+45 ⁰		0 ⁰		-45 ⁰		+45 ⁰		0 ⁰		-45 ⁰	
F	ΔF	ε _{45°}	Δε _{45°}	ε _{0°}	Δε _{0°}	ε _{-45°}	Δε _{-45°}	ε _{45°}	Δε _{45°}	ε _{0°}	Δε _{0°}	ε _{-45°}	Δε _{-45°}
增量均值 (μ ε)													
实验值													
σ ₁ (MPa)													
σ ₃ (MPa)													
φ ₀ (°)													
理论值													
σ ₁ (MPa)													
σ ₃ (MPa)													
φ ₀ (°)													
相对误差（%）													
σ ₁ (MPa)													
σ ₃ (MPa)													
φ ₀ (°)													

2、测弯曲正应力实验数据记录及计算（略）

3、测扭转切应力实验数据记录及计算（略）

六、实验数据分析

B 和 B₁ 点实测值主应力及方向计算

$$\sigma_1 = \frac{E(\varepsilon_{45^\circ} + \varepsilon_{-45^\circ})}{2(1-\mu)} \pm \frac{\sqrt{2}E}{2(1+\mu)} \sqrt{(\varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_{0^\circ})^2 + (\varepsilon_{-45^\circ} - \varepsilon_{0^\circ})^2}$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{\varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_{-45^\circ}}{2\varepsilon_{0^\circ} - \varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_{-45^\circ}}$$

B 和 B₁ 点理论值主应力及方向计算

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}, \quad \tan 2\alpha_0 = -\frac{2\tau}{\sigma}$$

截面的弯曲正应力实验值计算

$$\sigma = E\varepsilon_M = \frac{E\varepsilon_d}{2}$$

截面的扭转切应力实验值为

$$\tau = \frac{E\varepsilon_T}{(1+\mu)} = \frac{E\varepsilon_d}{4(1+\mu)}$$

七、思考题

1、根据应变的测量值，用材料力学公式计算实验时所加的载荷，并与实际载荷进行比较，简要分析误差产生的原因。

2、用电测法测量主应力时，应变花是否可以沿测点的任意方向粘贴？为什么？

3、实验时未考虑薄壁圆筒的自重，是否会引起测量结果误差？为什么？